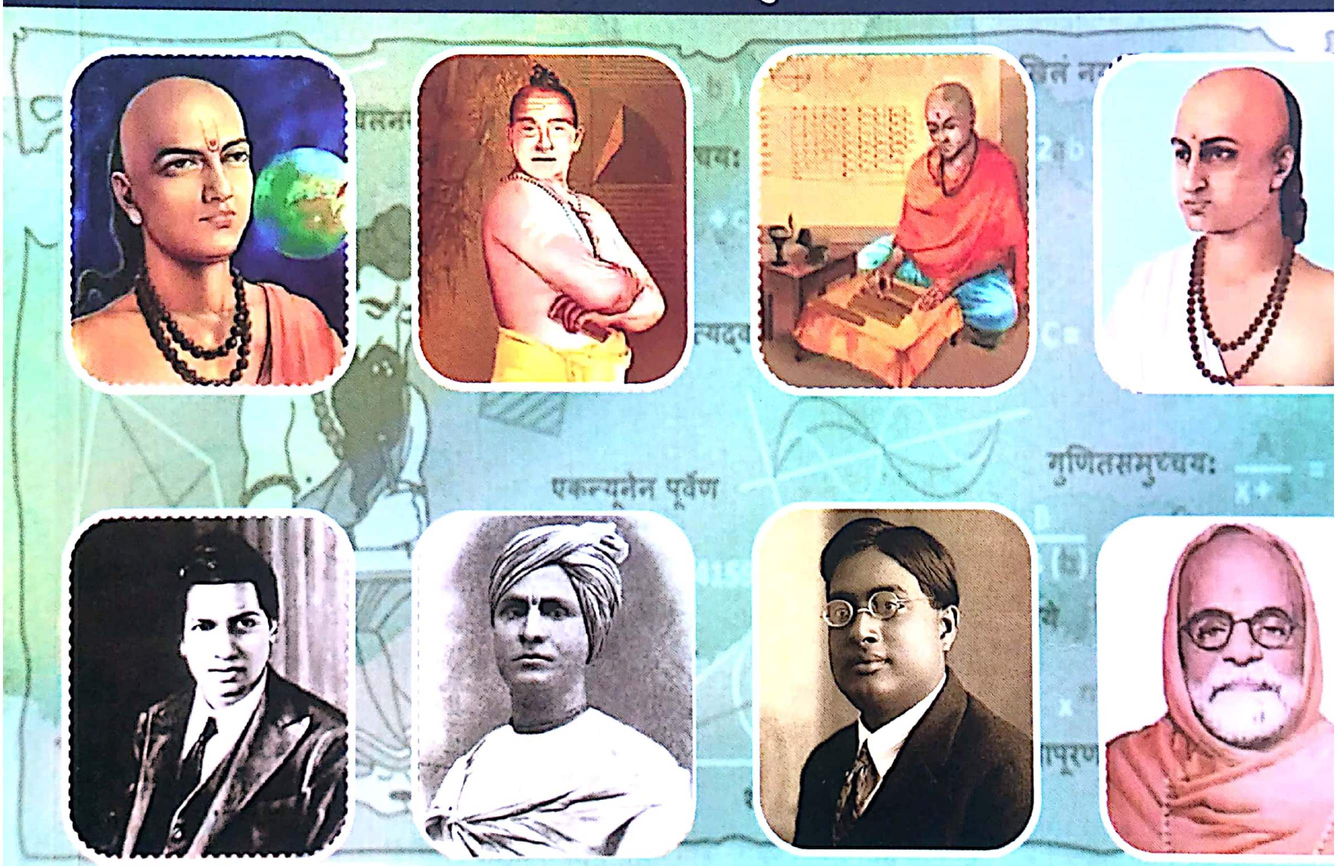
खंड-6

वैदिक गणित

गणना का भारतीय मंत्र

सनातन ज्ञान : युवा उत्थान



भारतीय ज्ञान प्रणाली आधारित प्रतियोगी परीक्षाओं (नेट और यूपीएससी) के लिए एक संक्षिप्त पुस्तक

Scanned with OKEN Scanner

विषय सूची

	शुभकामना संदेश	5
	प्रस्तावना	9
	विद्या भारती उच्च शिक्षा संस्थान	11
	भूमिका	13
अध्याय 1 :	डुप्लेक्स विधि: संख्याओं का वर्ग निकालने की एक सामान्य विधि	19
अध्याय 2 :	5 पर समाप्त होने वाली संख्याओं का वर्ग	22
अध्याय 3 :	1 पर समाप्त होने वाली संख्याओं का वर्ग	25
अध्याय 4 :	ऊर्ध्व तिर्यग्भ्याम विधि द्वारा गुणा	33
अध्याय 5 :	गुणा की बेस विधि	37
अध्याय 6 :	सब-बेस विधि द्वारा गुणा	41
अध्याय 7 :	यावदूनम् विधि द्वारा वर्ग निकालना	45
अध्याय 8 :	पूर्णांक वर्गमूल	49
अध्याय 9 :	पूर्ण घनों के सटीक घनमूल	52
अध्याय 10 :	विभाज्यता	55
अध्याय 11 :	केवल 9 से बनी संख्याओं से गुणा करना	59
अध्याय 12 :	वैदिक पद्धति से घटाना	61

Scanned with OKEN Scanner

भूमिका

भारतीय गणित की चिरंतन प्रतिभा की यात्रा

भारत में गणित केवल संख्याओं या समीकरणों का लेखा-जोखा नहीं रहा - यह एक **जीवित परंपरा** है, जो **पाँच हज़ार वर्षों** से अधिक समय से चली आ रही है। सिंधु घाटी की ईंटों से लेकर केरल के अनंत श्रेणी (infinite series) तक, भारत ने गणित की सबसे गहन और सतत परंपरा का पोषण किया है।

1. सिंधु सभ्यता में गणित की शुरुआत (3500–1500 ईसा पूर्व): लिपियों से पहले की ज्यामिति

लिपियों के विकसित होने से भी पहले, **सिंधु घाटी सभ्यता** के लोग गणितीय सिद्धांतों का व्यावहारिक उपयोग कर रहे थे। हड़प्पा और मोहनजोदड़ो की खुदाइयों से मिली वस्तुएँ, जैसे 0.005 इंच तक सटीक **"इंडस इंच"** रूलर, 4:2:1 अनुपात की ईंटें, और योजनाबद्ध नगरीय निर्माण, इस बात का प्रमाण हैं कि वे **ज्यामिति, मापतौल और अनुपात** को अच्छी तरह समझते थे।

2. वैदिक युग और शुल्ब सूत्र (1500–500 ईसा पूर्व): यज्ञ और ज्यामिति का संगम

भारत के **प्रथम लिखित गणितीय ग्रंथ** वैदिक काल में आए, जिन्हें **शुल्ब सूत्र** कहा जाता है। ये सूत्र, वेदों के कल्पवेदांग के अंग हैं और यज्ञ वेदियों के निर्माण हेतु ज्यामितीय नियमों का वर्णन करते हैं। **बौधायन**, **आपस्तम्ब**, **कात्यायन**, और **मानव** के शुल्ब सूत्रों में दर्ज हैं:

- पाइथागोरस प्रमेय का सबसे पहला उल्लेख
- $\sqrt{2}$ का पाँच दशमलव स्थान तक सटीक मान
- वर्ग को वृत्त में और वृत्त को वर्ग में बदलने की विधियाँ
- त्रिकोणों और त्रिकों की गणनाएँ
- अपरिमेय संख्याओं का प्रारंभिक उपयोग

3. वैदिक गणित और वेदांग: ज्ञान की सेवा में गणित

भारतीय परंपरा में गणित को अलग नहीं, बल्कि **हर ज्ञान की रीढ़** माना गया। **छः वेदांगों** में, **कल्प**, **ज्योतिष** और **छंद** में गणित का व्यापक उपयोग हुआ। **वेदांग ज्योतिष**, जिसे **लघध** द्वारा रचित माना जाता है, कहता है:

"**गणित** (मथेमेटिक्स) सभी वेदांगों का शिरोमणि है - जैसे मोर का सिर, या नाग के फन पर रत्न।"

Scanned with OKEN Scanner

4. जैन गणित (400 ईसा पूर्व – 400 ईस्वी): अमूर्त विचार और अनंत की धारणा

जैन गणितज्ञों ने गणित को **ध्यान और तर्क** का विषय बनाया। उनके योगदानों में शामिल हैं:

- "शून्य" शब्द का सबसे प्राचीन प्रयोग
- अनंतता के **पाँच भेद**
- बहुत बड़ी संख्याओं और गुणनखंडों के साथ कार्य
- गणित को साधना और मानसिक अभ्यास के रूप में अपनाना

ग्रंथ जैसे - ***सूर्य प्रज्ञप्ति, स्थानांग सूत्र*** - जैन गणित की गहराई को दर्शाते हैं।

5. शास्त्रीय काल (400–1200 ईस्वी): स्वर्ण युग

शास्त्रीय काल, भारतीय गणित के औपचारिक, संरचित ग्रंथों के रूप में विकसित होने का महत्वपूर्ण युग है। इस काल में गणित का स्वरूप **व्यवस्थित और ग्रंथबद्ध** हुआ। इस काल के दो सबसे प्रमुख महान भारतीय गणितज्ञ हैं:

- **आर्यभट प्रथम (476–550 ई.),** जिनकी रचना "आर्यभटीय" में प्रस्तुत हैं:
  - दशमलव पद्धति जिसमें शून्य को स्थानधारी के रूप में उपयोग किया गया,
  - त्रिकोणमितीय फलनों जैसे साइन (ज्या) और कोसाइन (कोटिज्या) का प्रयोग,
  - π (पाई) का सटीक मान 3.1416 तक की गणना,
  - बीजगणितीय विधियाँ एवं ग्रहों की गति की गणना।
- **ब्रह्मगुप्त (598–668 ई.), जिनकी कृति "ब्रह्मस्फुटसिद्धांत" में वर्णित हैं:**
  - शून्य के साथ गणनात्मक नियमों का स्पष्टीकरण,
  - ऋणात्मक संख्याओं का गणितीय विश्लेषण,
  - द्विघात समीकरणों के हल की विधियाँ,
  - वृतीय चतुर्भुजों (cyclic quadrilaterals) की ज्यामिति,
  - अत्यंत सटीक खगोलीय गणनाएँ।

इनकी रचनाएँ संस्कृत के पद्य और गद्य में रचित थीं और न केवल भारतवर्ष में, बल्कि इस्लामी जगत और आगे चलकर पश्चिमी गणित को भी गहरे स्तर पर प्रभावित किया।

6. बाख़्शाली पांडुलिपि (700–1100 ईस्वी): छिपा हुआ खजाना

1881 में उत्तर भारत में खोजी गई यह **भोजपत्र पर लिखी पांडुलिपि** गणितीय इतिहास की अमूल्य धरोहर है। इसमें वर्णित हैं:

- भिन्न, वर्गमूल और प्रगति पर गणनाएँ
- रेखीय और द्विघात समीकरण
- शून्य के प्रतीक के रूप में बिंदु का प्रयोग

Scanned with OKEN Scanner

यह प्राचीन भारतीय विद्यालयों में गणित की शिक्षा-प्रणाली और अभ्यास के बारे में महत्वपूर्ण अंतर्दृष्टि प्रदान करता है।

7. केरल स्कूल (14वीं–16वीं शताब्दी): न्यूटन से पहले कलन (Calculus)

केरल के मंदिर नगरों में, सङ्गमग्राम के माधव से प्रारंभ होकर दूरदर्शी विद्वानों के एक समूह ने उस गणितीय ज्ञान की नींव रखी जिसे आज कई लोग पूर्व-कैल्कुलस (Proto-Calculus) के रूप में पहचानते हैं:

- ज्या (साइन), कोटिज्या (कोसाइन) और आर्क-टैन्जन्ट के लिए अनंत श्रेणियाँ, पाई (π) की गणना के लिए कई श्रेणी अनुमान (multiple series approximations), घात श्रेणी प्रसारण विधियाँ (power series expansion techniques), ज्येष्ठदेव द्वारा रचित अत्यंत महत्वपूर्ण ग्रंथ युक्तिभाषा, जिसे प्रायः प्रथम कलन शास्त्र (Calculus) की पाठ्यपुस्तक माना जाता है।

इन विद्वानों ने न्यूटन और लाइबनिज़ की विधियों को कई शताब्दियों पूर्व ही समझ लिया था, हालांकि उनका कार्य सीमित प्रसार के कारण विश्व स्तर पर अधिक प्रसिद्ध नहीं हो सका।

8. विश्व में प्रसार: भारत का गणितीय उपहार

भारतीय गणितीय ग्रंथों और अवधारणाओं का प्रसार पश्चिम की ओर इस प्रकार हुआ: **आर्यभटीय** और **सिद्धांत** जैसे ग्रंथों के **अरबी अनुवाद**, **नालंदा से बगदाद** तक व्यापारिक मार्गों और विद्वानों के आदान-प्रदान द्वारा, **हिंदू-अरबी संख्यात्मक प्रणाली** को अपनाया गया, जिसमें **शून्य की क्रांतिकारी अवधारणा** और **स्थानिक दशमलव पद्धति** शामिल थी।

इस प्रकार का प्रसारण **आधुनिक वैश्विक गणित** की नींव बना।

9. वैदिक गणित का पुनरुद्धार (20वीं शताब्दी)

बीसवीं सदी की शुरुआत में, **जगद्गुरु श्री भारती कृष्ण तीर्थ**, जो पुरी के शंकराचार्य और एक प्रतिष्ठित विद्वान थे, उन्होंने अथर्ववेद और उसके परिशिष्टों का गहन ध्यान एवं मनन किया।

सन् 1911 से 1918 के बीच उन्होंने यह दावा किया कि उन्होंने 16 गणितीय सूत्र और 13 उपसूत्र "पुनः खोजे" हैं - जो अंकगणित, बीजगणित, ज्यामिति और कलन शास्त्र में उपयोग किए जा सकते हैं।

हालाँकि ये सूत्र वेदों में सीधे नहीं मिलते, लेकिन 1965 में इनके मरणोपरांत प्रकाशित होने के बाद ये सूत्र उस प्रणाली का आधार बने जिसे आज हम **वैदिक गणित** कहते हैं। यह एक ऐसी **मानसिक गणना पद्धति** है जो **सरल**, **तेज़** और **सुंदर** है, और जो **ढाँचे या रूपरेखा की पहचान** पर आधारित होती है।

Scanned with OKEN Scanner

10. "वैदिक" शब्द का अर्थ क्या है?

इन सूत्रों की **ऐतिहासिक प्रामाणिकता** को लेकर विद्वानों में मतभेद हैं। यद्यपि ये सूत्र वेदों की प्र पांडुलिपियों में नहीं पाए जाते, फिर भी कई लोग मानते हैं कि ये सूत्र प्राचीन भारतीय गणितीय परंपरा प्रेरित हैं, जिसमें **मानसिक क्षमता, पैटर्न आधारित विधियाँ,** और **संक्षिप्त सूत्रात्मक अभिव्यक्ति** प्रमुख थीं।

इसलिए, **वैदिक गणित** को वेदों की प्रत्यक्ष परंपरा नहीं, बल्कि बीसवीं सदी में एक **संवेदनशी आध्यात्मिक और बौद्धिक रूप में पुनर्निर्मित प्रणाली** माना जा सकता है, जो भारत की प्राची गणितीय विरासत को सम्मान अर्पित करती है।

11. भारतीय गणित: तर्क और सौंदर्य का संगम

भारतीय परंपरा में गणित केवल समीकरण हल करने का माध्यम नहीं था, बल्कि यह **ब्रह्मांड** व **समझने, काव्य छंदों की रचना, पवित्र स्थलों की योजना,** और **अनंत के चिंतन** का मार्ग था।

वैदिक मंत्रों की लय, जैन मनीषियों की तर्कशक्ति, आर्यभट के ग्रहों की कक्षाएँ, अ **केरल के गणितज्ञों की श्रेणियाँ** - सब मिलकर गणित को **सौंदर्य, संगति,** और **सत्य** की खोज माध्यम बनाते हैं।

भारतीय गणित की परंपरा केवल संख्याओं की गणना नहीं, बल्कि ब्रह्मांडीय चेतना को समझ की एक सूक्ष्म और दिव्य साधना रही है - शून्य की मौनता से लेकर अनंत के विस्तार तक, यज्ञ वेदी रेखाओं से लेकर अंतरिक्ष में ग्रहों की गति तक। यह परंपरा निरंतरता और नवाचार की अद्भुत यात्रा जिसमें गणना ज्ञान का साधन नहीं, स्वयं ज्ञान का साक्षात्कार बन जाती है।

जैसा प्राचीन गणित ग्रंथों में कहा गया है:

"गणितं मूर्धनि स्थितं, शास्त्राणां गणकं स्मृतम्।"

- लीलावती (भास्कराचार्य, प्राकट्य श्लो

("गणित शास्त्रों के शिखर पर स्थित है; यह सभी विद्याओं की गणना का आधार है।")

"सर्वं गणितमेवात्र, नास्ति किंचित् गणनं विना।"

-सिद्धांतशिरोमणि, भास्कराच

("इस संपूर्ण सृष्टि में सब कुछ गणना से जुड़ा है; गणना के बिना कुछ भी नहीं।")

"यत्र यत्र गणितं तत्र तत्र ज्योतिर्मयं जगत्।"

-तत्त्वसं

("जहाँ-जहाँ गणित है, वहाँ-वहाँ ब्रह्मांडीय प्रकाश फैला हुआ है।")

Scanned with OKEN Scanner

इसलिए, जब हम भारतीय गणित की इस ज्ञानयात्रा में प्रवेश करते हैं, तो हमें केवल सूत्रों और संख्याओं को नहीं, बल्कि उन ऋषियों के चिंतन, उनकी दृष्टि, और उनके उस साक्षात्कार को समझना होता है जो उन्होंने "संख्या" के माध्यम से "सत्य" के रूप में देखा था।

आइए, इस यात्रा के हर अध्याय में उस वैदिक भावना को स्मरण रखें -

"गणितं शास्त्रस्य शिरः"

गणित ही समस्त शास्त्रों का मुकुटमणि है।

Scanned with OKEN Scanner

अध्याय 1

डुप्लेक्स विधि: संख्याओं का वर्ग निकालने की एक सामान्य विधि

डुप्लेक्स विधि एक तकनीक है जिसका उपयोग किसी संख्या का वर्ग निकालने के लिए किया जाता है। डुप्लेक्स विधि का पहला कदम संख्या का डुप्लेक्स निकालना होता है। डुप्लेक्स (D) वह संख्या होती है, जो किसी संख्या से जुड़ी होती है, और इसे नीचे दिए गए तरीके से निकाला जाता है। किसी संख्या के डुप्लेक्स की गणना विधि, उस संख्या के अंकों की संख्या के आधार पर बदलती है।

1. **एकल अंकीय संख्या (a) के लिए,** डुप्लेक्स सीधे उसका वर्ग होता है:

$$D(a) = a^2$$

2. **दो अंकीय संख्या (ab) के लिए,** डुप्लेक्स इस प्रकार से निकाला जाता है:

$$D(ab) = 2 \times a \times b$$

3. **तीन अंकीय संख्या (abc) के लिए,** डुप्लेक्स इस प्रकार होता है:

$$D(abc) = 2 \times a \times c + b^2$$

4. **चार अंकीय संख्या (abcd) के लिए,** डुप्लेक्स इस प्रकार होता है:

$$D(abcd) = 2 \times a \times d + 2 \times b \times c$$

5. **पाँच अंकीय संख्या (abcde) के लिए,** डुप्लेक्स इस प्रकार होता है:

$$D(abcde) = 2 \times a \times e + 2 \times b \times d + c^2$$

6. यह प्रक्रिया बड़ी संख्याओं के लिए भी जारी रहती है, जहाँ हम सममित गुणनफल (symmetrical products) और यदि संभव हो तो मध्य पद का वर्ग भी सम्मिलित करते हैं।

अब हम उदाहरणों की मदद से समझाते हैं कि डुप्लेक्स विधि का उपयोग करके संख्याओं का वर्ग कैसे निकाला जाता है।

उदाहरण 1: 23 का वर्ग निकालना

हम डुप्लेक्स की गणना करते हैं:

$$D(2) = 2^2 = 4$$

$$D(23) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$D(3) = 3^2 = 9$$

इन डुप्लेक्सों को क्रम में लगाते हैं:

$$D(2) / D(23) / D(3) = 4 / 12 / 9$$

Scanned with OKEN Scanner

अब, कैरी को समायोजित करते हैं:

$$4 + 1 / 2 / 9 \Rightarrow \mathbf{529}$$

उदाहरण 2: 89 का वर्ग निकालना

चरण 1: डुप्लेक्स की गणना करें

$$D(8) = 8^2 = 64$$

$$D(89) = 2 \times 8 \times 9 = 144$$

$$D(9) = 9^2 = 81$$

चरण 2: डुप्लेक्स मानों को क्रमबद्ध करें:

$$64 / 144 / 81$$

चरण 3: कैरी को समायोजित करें:

$$64 / 144 + 8 / 1 = 64 + 15 / 2 / 1 = \mathbf{7921}$$

उदाहरण 3: 314 का वर्ग निकालना

चरण 1: डुप्लेक्स की गणना करें

$$D(3) = 9$$

$$D(31) = 2 \times 3 \times 1 = 6$$

$$D(314) = 2 \times 3 \times 4 + 1^2 = 24 + 1 = 25$$

$$D(14) = 2 \times 1 \times 4 = 8$$

$$D(4) = 16$$

चरण 2: डुप्लेक्स मानों का क्रम:

$$9 / 6 / 25 / 8 / 16$$

चरण 3: दाएँ से बाएँ कैरी को समायोजित करें:

$$9 / (6 + 2) / 5 / (8 + 1) / 6 = \mathbf{98596}$$

उदाहरण 4: 1468 का वर्ग निकालना

चरण 1: सभी आवश्यक डुप्लेक्सों की गणना करें

$$D(1) = 1$$

$$D(14) = 2 \times 1 \times 4 = 8$$

$$D(146) = 2 \times 1 \times 6 + 4^2 = 12 + 16 = 28$$

$$D(1468) = 2 \times 1 \times 8 + 2 \times 4 \times 6 = 16 + 48 = 64$$

$$D(468) = 2 \times 4 \times 8 + 62 = 64 + 36 = 100$$

$$D(68) = 2 \times 6 \times 8 = 96$$

$$D(8) = 64$$

चरण 2: मानों का क्रम:

1 / 8 / 28 / 64 / 100 / 96 / 64

चरण 3: कैरी को चरण दर चरण समायोजित करें:

सबसे दाएँ: 64 $\Rightarrow$ 4, कैरी 6

96 + 6 = 102 $\Rightarrow$ 2, कैरी 10

100 + 10 = 110 $\Rightarrow$ 0, कैरी 11

64 + 11 = 75 $\Rightarrow$ 5, कैरी 7

28 + 7 = 35 $\Rightarrow$ 5, कैरी 3

8 + 3 = 11 $\Rightarrow$ 1, कैरी 1

1 + 1 = 2

अंतिम परिणाम: 2155024

अभ्यास प्रश्न

डुप्लेक्स विधि का उपयोग करके निम्नलिखित संख्याओं का वर्ग निकालने का प्रयास करें:

1. 56
2. 67
3. 78
4. 135
5. 246
6. 357
7. 489
8. 5689
9. 1234
10. 357

डुप्लेक्स विधि का उपयोग क्यों करें?

डुप्लेक्स विधि विशेष रूप से बहु-अंकीय संख्याओं के साथ काम करते समय सहायक होती है। यह एक बड़ी संख्या के वर्ग को छोटे, समान गुणात्मक गणनाओं की एक श्रंखला में बदल देती है, जिससे गणना की जटिलता कम हो जाती है और मानसिक गणना कौशल में सुधार होता है। नियमित अभ्यास के साथ, यह विधि किसी भी आकार की संख्याओं के वर्ग निकालने के लिए एक तेज़ और विश्वसनीय तकनीक बन जाती है।

Scanned with OKEN Scanner

अध्याय 2

5 पर समाप्त होने वाली संख्याओं का वर्ग

वैदिक गणित 5 पर समाप्त होने वाली संख्याओं का वर्ग निकालने के लिए एक अत्यंत प्रभावी और सर विधि प्रदान करता है। यह तकनीक उस स्थिति को सरल बना देती है जहाँ सामान्यतः लंबी गुणा प्रक्रि की आवश्यकता होती है, और मानसिक गणना के लिए यह विधि विशेष रूप से उपयोगी सिद्ध होती

सामान्य विधि

5 पर समाप्त होने वाली किसी भी संख्या का वर्ग निकालने के लिए निम्नलिखित चरणों का पालन क

1. अंतिम अंक 5 को हटा दें। शेष बची संख्या को **a** मान लें।
2. a और a + 1 का गुणनफल निकालें।
3. चरण 2 से प्राप्त संख्या के साथ '25' को अंतिम दो अंकों के रूप में जोड़ दें।

जो अंतिम संख्या प्राप्त होती है, वही दी गई संख्या का वर्ग होता है। आइए इस विधि को उदाहर के माध्यम से समझते हैं।

उदाहरण 1: 75^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 5 हटाएँ,

a = 7

चरण 2: a और a + 1 का गुणनफल निकालें,

$$a \times (a + 1) = 7 \times 8 = 56$$

चरण 3: अंत में “25” जोड़ें,

$$\Rightarrow 75^2 = 5625$$

निष्कर्ष: 75 का वर्ग 5625 है।

उदाहरण 2: 115^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 5 हटाएँ,

a = 11

चरण 2: a और a + 1 का गुणनफल निकालें,

$$11 \times 12 = 132$$

चरण 3: अंत में “25” जोड़ें, $\Rightarrow 115^2 = 13225$

निष्कर्ष: 115 का वर्ग 13225 है।

Scanned with OKEN Scanner

उदाहरण 3: 1255^2 ज्ञात करें

यह एक बड़ी संख्या है, लेकिन विधि वही रहती है। यहाँ एक अतिरिक्त चरण की आवश्यकता होती है।

चरण 1: अंतिम अंक 5 हटाएँ,

a = 125

चरण 2 : अब हमें 125 × 126 निकालना है, जिसे इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$125 \times 126 = 125^2 + 125$$

अब, क्योंकि 125 भी 5 पर समाप्त होती है, हम 125^2 ज्ञात करने के लिए उपर्युक्त तकनीक का पुनः उपयोग करते हैं।

चरण 1' : अंतिम अंक 5 हटाएँ,

a = 12

चरण 2' : a और a + 1 का गुणनफल निकालें,

$$12 \times 13 = 156$$

चरण 3' : अंत में "25" जोड़ें, $\Rightarrow 125^2 = 15625$

अब, $125 \times 126 = 15625 + 125 = 15750$

अंत में "25" जोड़ें, $\Rightarrow 1255^2 = 1575025$

निष्कर्ष: 1255 का वर्ग 1575025 है।

उदाहरण 4: 1555^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 5 हटाएँ,

a = 155

चरण 2 : अब हमें 155 × 156 निकालना है, जिसे इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$155 \times 156 = 155^2 + 155$$

अब, क्योंकि 155 भी 5 पर समाप्त होती है, हम 155^2 ज्ञात करने के लिए उपर्युक्त तकनीक का पुनः उपयोग करते हैं।

चरण 1' : अंतिम अंक 5 हटाएँ,

a = 15

चरण 2' :

$$15 \times 16 = 240$$

चरण 3' : "25" जोड़ें, $\Rightarrow 155^2 = 24025$

अब, $155 \times 156 = 24025 + 155 = 24180$

अंत में "25" जोड़ें, $\Rightarrow 1555^2 = 2418025$

निष्कर्ष: 1555 का वर्ग 2418025 है।

Scanned with OKEN Scanner

उदाहरण 5: 3255^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 5 हटाएँ,

a = 325

चरण 2 : अब हमें 325 × 326 निकालना है, जिसे इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$325 \times 326 = 325^2 + 325$$

अब, क्योंकि 325 भी 5 पर समाप्त होती है, हम 325^2 ज्ञात करने के लिए उपर्युक्त तकनीक क पुनः उपयोग करते हैं:

चरण 1' : 5 हटाएँ,

a = 32

चरण 2' : a और a + 1 का गुणनफल निकालें,

$$32 \times 33 = 1056$$

चरण 3' : "25" जोड़ें, $\Rightarrow 325^2 = 105625$

अब, $325 \times 326 = 105625 + 325 = 105950$

अंत में "25" जोड़ें, $\Rightarrow 3255^2 = 10595025$

निष्कर्ष: 3255 का वर्ग 10595025 है।

यह विधि क्यों कार्य करती है?

यह तकनीक निम्नलिखित बीजीय सूत्र (algebraic identity) पर आधारित है:

$$(10a + 5)^2 = 100a(a + 1) + 25$$

यहाँ, **a(a + 1)** उस संख्या के पहले के अंक बनाता है, और अंतिम में "25" सदैव आता क्योंकि यह 5^2 का परिणाम है। इस विधि की **प्रभावशीलता और सुंदरता** इसी में है कि यह बड़ी गण को सरल और छोटे भागों में बाँटकर हल करने योग्य बना देती है।

अभ्यास प्रश्न

निम्नलिखित संख्याओं का वर्ग निकालिए, डि गई विधि का उपयोग करते हुए:

1. 15
2. 95
3. 65
4. 205
5. 165
6. 145
7. 105
8. 1055
9. 7555
10. 1155

अध्याय 3

1 पर समाप्त होने वाली संख्याओं का वर्ग

वैदिक गणित 1 पर समाप्त होने वाली संख्याओं का वर्ग निकालने के लिए एक अत्यंत सुंदर और तेज़ विधि प्रदान करता है। यह विधि संपूर्ण प्रक्रिया को छोटे-छोटे भागों में बाँट देती है, जिससे मानसिक गणना में सुविधा होती है और संख्यात्मक समझ भी विकसित होती है।

सामान्य विधि

1 पर समाप्त होने वाली किसी भी संख्या का वर्ग निकालने के लिए निम्नलिखित चरणों का पालन करें:

1. अंतिम अंक 1 को हटा दें। शेष संख्या को **a** मानें।
2. **2 × a** की गणना करें।
3. **a^2** की गणना करें।
4. प्राप्त तीन मानों को इस क्रम में व्यवस्थित करें:

$$\mathbf{a^2 / (2 \times a) / 1}$$

5. अब दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को समायोजित करें।

यह प्रक्रिया प्रारंभ में कुछ असामान्य लग सकती है, लेकिन अभ्यास के साथ यह एक तेज़ और विश्वसनीय मानसिक विधि बन जाती है।

उदाहरण 1: 61^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 1 को हटा दें:

$$a = 6$$

चरण 2: 2 × a का मान निकालें:

$$2 \times 6 = 12$$

चरण 3: a^2 का मान निकालें:

$$6^2 = 36$$

चरण 4: इन मानों को इस प्रकार क्रम में रखें:

$$36 / 12 / 1$$

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: 1

अगला: 12 + कैरी = 12 ⟶ (2 लिखें, 1 कैरी आगे बढ़ाएँ)

अब: 36 + 1 = 37

अंतिम उत्तर: 3721

उदाहरण 2: 91^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 1 को हटा दें:

$$a = 9$$

चरण 2: $2 \times a$ का मान निकालें:

$$2 \times 9 = 18$$

चरण 3: a^2 का मान निकालें:

$$9^2 = 81$$

चरण 4: इन मानों को इस क्रम में लिखें:

81 / 18 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ का अंक: **1**

अगला: **18 + कैरी = 18** → (8 लिखें, 1 कैरी आगे बढ़ाएँ)

अब: **81 + 1 = 82**

अंतिम उत्तर : 8281

उदाहरण 3: 121^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 12$$

चरण 2: $2 \times a$ का मान निकालें:

$$2 \times 12 = 24$$

चरण 3: a^2 का मान निकालें:

$$12^2 = 144$$

चरण 4: इन मानों को इस क्रम में रखें:

144 / 24 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: **24 + कैरी = 24** → (4 लिखें, 2 कैरी आगे बढ़ाएँ)

अब: **144 + 2 = 146**

अंतिम उत्तर : 14641

Scanned with OKEN Scanner

उदाहरण 4: 211^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 21$$

चरण 2: $2 \times a$ का मान निकालें:

$$2 \times 21 = 42$$

चरण 3: a^2 का मान निकालें:

$$21^2 = 441$$

चरण 4: इन मानों को इस क्रम में संयोजित करें:

$$441 / 42 / 1$$

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: **42 + कैरी = 42** ⟶ (2 लिखें, 4 कैरी आगे बढ़ाएँ)

अब: **441 + 4 = 445**

अंतिम उत्तर : 44521

उदाहरण 5: 1511^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 151$$

चरण 2: $2 \times a$ का मान निकालें

$$2 \times a = 2 \times 151 = 302$$

चरण 3: a^2 का मान निकालें

$$a^2 = 151^2$$

अब, क्योंकि 151 भी 1 पर समाप्त होती है, हम 151^2 ज्ञात करने के लिए उपर्युक्त तकनीक का पुनः उपयोग करते हैं:

अंदरूनी चरण (151^2 ज्ञात करने हेतु)

चरण 1' : अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 15$$

चरण 2' :

$$2 \times a = 30$$

चरण 3' :

$$a^2 = 15^2 = 225$$

Scanned with OKEN Scanner

चरण 4' : संयोजन करें:

225 / 30 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: **30 + कैरी = 30** → (0 लिखें, 3 कैरी)

अब: **225 + 3 = 228**

इसलिए, $151^2 = 22801$

अब वापस से मूल गणना पर आते हैं: **चरण 4:** इनको संयोजित करें: 22801 / 302 / 1

अब,दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: **302 + कैरी = 302** → (2 लिखें, 30 कैरी)

अब: **22801 + 30 = 22831**

अंतिम उत्तर : 2283121

उदाहरण 6: 4511^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 451$$

चरण 2: $2 \times a$ का मान निकालें

$$2 \times a = 2 \times 451 = 902$$

चरण 3: a^2 का मान निकालें

$$a^2 = 451^2$$

अब, क्योंकि 451 भी 1 पर समाप्त होती है, हम 451^2 ज्ञात करने के लिए उपर्युक्त तकनीक का पुनः उपयोग करते हैं :

अंदरूनी चरण (451^2 ज्ञात करने हेतु)

चरण 1' : अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 45$$

चरण 2' : $2 \times a$ का मान निकालें

$$2 \times a = 90$$

चरण 3' : a^2 का मान निकालें

$$a^2 = 45^2 = 2025$$

चरण 4 : संयोजन करें: 2025 / 90 / 1

अब,दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: **90 + कैरी = 90** → (0 लिखें, 9 कैरी आगे बढ़ाएँ)

अब: **2025 + 9 = 2034**

इसलिए, $451^2 = 203401$

अब वापस से मूल गणना पर आते हैं:

चरण 4: संयोजन करें: 203401 / 902 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: **902 + कैरी = 902** → (2 लिखें, 90 कैरी आगे बढ़ाएँ)

अब: **203401 + 90 = 203491**

अंतिम उत्तर : $4511^2 = 20349121$

उदाहरण 7: 12511^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 1251$$

चरण 2: $2 \times a$ का मान निकालें

$$2 \times a = 2 \times 1251 = 2502$$

चरण 3: a^2 का मान निकालें

$$a^2 = 1251^2$$

अब, क्योंकि **1251** भी 1 पर समाप्त होता है, हम उसी तकनीक का पुनः उपयोग करेंगे:

अंदरूनी चरण (1251^2 ज्ञात करने हेतु)

चरण 1' : अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 125$$

चरण 2' : $2 \times a$ का मान निकालें

$$2 \times a = 250$$

चरण 3' : a^2 का मान निकालें

$$a^2 = 125^2$$

अब, क्योंकि **125** का अंतिम अंक 5 है, हम "5 पर समाप्त होने वाली संख्या के वर्ग" की ट्रिक का उपयोग करते हैं:

उप-अंदरूनी चरण (125^2 ज्ञात करने हेतु)

चरण 1'' : अंतिम अंक 5 को हटाएँ:

$$a = 12$$

चरण 2'' : a और a + 1 का गुणनफल निकालें, $12 \times 13 = 156$

चरण 3'' : अंत में "25" जोड़ें: $125^2 = 15625$

अब वापस **1251^2** की गणना पर आते हैं:

चरण 4' : संयोजन करें: 15625 / 250 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: **250 + कैरी = 250** → (0 लिखें, **25 कैरी**)

अब: **15625 + 25 = 15650**

इसलिए, $1251^2 = 1565001$

अब वापस मूल प्रश्न **12511^2** पर आते हैं:

चरण 4: संयोजन करें: 1565001 / 2502 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: **2502 + कैरी = 2502** → (2 लिखें, **250 कैरी**)

अब: **1565001 + 250 = 1565251**

अंतिम उत्तर : $12511^2 = 156525121$

उदाहरण 8: 1651511^2 ज्ञात करें

चरण 1: अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 165151$$

चरण 2: 2 × a का मान निकालें:

$$2 \times a = 2 \times 165151 = 330302$$

चरण 3: a^2 का मान निकालें:

$$a^2 = 165151^2$$

अब, क्योंकि **165151** भी 1 पर समाप्त होता है, हम उसी तकनीक का पुनः उपयोग करते हैं:

अंदरूनी चरण (165151^2 ज्ञात करने हेतु)

चरण 1' : अंतिम अंक 1 को हटाएँ:

$$a = 16515$$

चरण 2' : 2 × a का मान निकालें:

$$2 \times a = 33030$$

चरण 3' : : a^2 का मान निकालें:

$$a^2 = 16515^2$$

अब, क्योंकि **16515** का अंतिम अंक 5 है, हम "5 पर समाप्त होने वाली संख्या के वर्ग" की ट्रिक का उपयोग करते हैं।

उप-अंदरूनी चरण (16515^2 ज्ञात करने हेतु)

चरण 1'' : अंतिम अंक 5 को हटाएँ:

$$a = 1651$$

अब हमें **1651 × 1652** ज्ञात करना है।

इस हेतु हमें पहले **1651^2** ज्ञात करना होगा, और फिर उसमें **1651** जोड़ना होगा।

उप-उप-अंदरूनी चरण (1651^2 ज्ञात करने हेतु)

चरण 1''' : अंतिम अंक 1 को हटाएँ: a = 165

चरण 2''' : 2 × a का मान निकालें: 2 × a = 330

चरण 3''' : : a^2 का मान निकालें: $a^2 = 165^2$

अब, क्योंकि 165 का अंतिम अंक 5 है, हम "5" वाली विधि अपनाते हैं:

अत्यंत अंदरूनी चरण (165^2 ज्ञात करने हेतु)

चरण 1^4 : अंतिम अंक 5 को हटाएँ: a = 16

चरण 2^4 : उत्तराधिकारी से गुणा करें: $16 \times 17 = 272$

चरण 3^4 : a और a + 1 का गुणनफल निकालें,

$$165^2 = 27225$$

अब लौटें **1651^2** पर:

चरण 4''' : संयोजन करें:

27225 / 330 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: 330 + कैरी = 330 → (0 लिखें, 33 कैरी)

अब : 27225 + 33 = 27258

इसलिए, $1651^2 = 2725801$

अब,

Scanned with OKEN Scanner

$$1651 \times 1652 = 1651^2 + 1651 = 2725801 + 1651 = 2727452$$

इसलिए, $16515^2 = 272745225$

अब लौटें 165151^2 की ओर:

चरण 4' : संयोजन करें:

272745225 / 33030 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: **1**

अगला: 33030 + कैरी = 33030 ⟶ (0 लिखें, 3303 कैरी)

अब: 272745225 + 3303 = 272748528,

इसलिए, $165151^2 = 27274852801$

अब लौटें मूल संख्या 1651511^2 की ओर:

चरण 4: संयोजन करें:

27274852801 / 330302 / 1

अब, दाएँ से बाएँ एक-एक अंक रखते हुए कैरी को बाईं ओर जोड़ते चलें:

सबसे दाएँ अंक: 1

अगला: 330302 + कैरी = 330302 ⟶ (2 लिखें, 33030 कैरी)

अब: 27274852801 + 33030 = 27274885831

अंतिम उत्तर :

$$1651511^2 = 2727488583121$$

निष्कर्ष

यह विधि दर्शाती है कि जटिल गुणा को किस प्रकार से सरल बीजगणितीय विधियों और चरणबद्ध कैरी समायोजन द्वारा सरल किया जा सकता है। इसकी कुशलता इसी में है कि यह संख्या को तोड़कर चरणों में व्यवस्थित करती है।

खुद प्रयास करें!

निम्नलिखित संख्याओं के वर्ग निकालने का प्रयास करें, ऊपर दी गई विधि का उपयोग करके:

1. 31
2. 41
3. 81
4. 101
5. 131
6. 1351
7. 711
8. 715
9. 7151
10. 12155
11. 1751151

अध्याय 4

ऊर्ध्व तिर्यग्भ्याम विधि द्वारा गुणा

ऊर्ध्व तिर्यग्भ्याम एक वैदिक गणित सूत्र है जिसका उपयोग गुणा करने के लिए किया जाता है। इसका अर्थ होता है "ऊपर से और क्रॉसवाइज़" और यह संख्याओं को कुशलतापूर्वक गुणा करने की एक प्रणालीबद्ध विधि प्रदान करता है।

दो अंकों की संख्याओं के गुणा की विधि

1. इकाई स्थान के अंकों का लंबवत गुणा करें, मान लीजिए a।
2. क्रॉसवाइज़ गुणा करें और जोड़ें, मान लीजिए b।
3. दूसरे स्थान के अंकों का लंबवत गुणा करें, मान लीजिए c।
4. आवश्यक गुणा का उत्तर दाएँ से बाएँ कैरी को समायोजित करके प्राप्त किया जाता है, अभिव्यक्ति c / b / a में प्रत्येक अंक को उसकी जगह पर रखते हुए।

अब हम कुछ उदाहरणों की सहायता से उपरोक्त विधि को स्पष्ट करते हैं।

उदाहरण 1: 76 × 42 का गुणा

- इकाई अंकों का गुणा : 6 × 2 = 12
- क्रॉसवाइज़ गुणा और योग : (7 × 2) + (6 × 4) = 14 + 24 = 38
- दसवें स्थान के अंकों का गुणा: 7 × 4 = 28
- तो 76 × 42 को कैरी को समायोजित करके अभिव्यक्ति 28/ 38 /12 में से प्राप्त किया जाता है। तो अंतिम उत्तर है, 76 × 42 = 3192

उदाहरण 2: 58 × 34 का गुणा

- इकाई अंकों का गुणा : 8 × 4 = 32
- क्रॉसवाइज़ गुणा और योग : (5 × 4) + (8 × 3) = 20 + 24 = 44
- दसवें स्थान के अंकों का गुणा : 5 × 3 = 15
- तो 58 × 34 को कैरी समायोजन के बाद अभिव्यक्ति 15/ 44 /32 से प्राप्त किया जाता है। तो, 58 × 34 = 1972

Scanned with OKEN Scanner

उदाहरण 3: 76 × 32 का गुणा

- इकाई अंकों का गुणा: 6 × 2 = 12
- क्रॉसवाइज़ गुणा और योग : (7 × 2) + (6 × 3) = 14 + 18 = 32
- दसवें स्थान के अंकों का गुणा: 7 × 3 = 21
- तो 76 × 32 को कैरी समायोजन द्वारा अभिव्यक्ति 21/ 32 /12 से प्राप्त किया जाता है।

  दाएँ से प्रारंभ करें: 12 (2 लिखें, कैरी 1)

  32 + 1 = 33 (3 लिखें, कैरी 3)

  21 + 3 = 24

  तो अंतिम उत्तर है: 2432

  अतः, 76 × 32 = 2432

तीन अंकों की संख्याओं के गुणा की विधि

वही ऊर्ध्व और क्रॉसवाइज़ विधि को तीन अंकों की संख्याओं तक बढ़ाया जा सकता है। इस प्रक्रिया में शामिल हैं:

1. सबसे दाएँ के अंकों का गुणा करें, मान लीजिए परिणाम a।
2. अंतिम दो अंकों के लिए क्रॉसवाइज़ गुणा करें और परिणामों का योग लें, मान लीजिए योग b।
3. सभी तीन अंकों के लिए क्रॉसवाइज़ गुणा करें और योग लें, मान लीजिए योग c।
4. पहले दो अंकों के लिए क्रॉसवाइज़ गुणा करें और योग लें, मान लीजिए योग d।
5. सबसे बाएँ अंकों का गुणा करें, मान लीजिए परिणाम e।
6. आवश्यक गुणा का उत्तर दाएँ से बाएँ कैरी को समायोजित करके प्राप्त किया जाता है, अभिव्यक्ति e / d / c / b / a में प्रत्येक अंक को उसकी जगह पर रखते हुए।

उदाहरण 4: 566 × 281 का गुणा

- इकाई अंकों का गुणा: 6 × 1 = 6
- अंतिम दो अंकों का क्रॉस गुणा और योग: (6 × 8) + (6 × 1) = 48 + 6 = 54
- तीन अंकों का क्रॉस गुणा और योग : (5 × 1) + (6 × 8) + (6 × 2) = 5 + 48 + 12 = 65
- पहले दो अंकों का क्रॉस गुणा और योग : (5 × 8) + (6 × 2) = 40 + 12 = 52
- सबसे बाएँ अंकों का गुणा: 5 × 2 = 10
- तो 566 × 281 को कैरी समायोजन के बाद अभिव्यक्ति 10 /52 /65 / 54 / 6 से प्राप्त किया जाता है।

  तो, 566 × 281 = 159046

उदाहरण 5: 472 × 342 का गुणा

- इकाई अंकों का गुणा: 2 × 2 = 4
- अंतिम दो अंकों का क्रॉस गुणा और योग: (7 × 2) + (2 × 4) = 14 + 8 = 22
- तीन अंकों का क्रॉस गुणा और योग : (4 × 2) + (7 × 4) + (2 × 3) = 8 + 28 + 6 = 42
- पहले दो अंकों का क्रॉस गुणा और योग : (4 × 4) + (7 × 3) = 16 + 21 = 37
- सबसे बाएँ अंकों का गुणा: 4 × 3 = 12
- तो 472 × 342 को कैरी समायोजन के साथ अभिव्यक्ति 12 / 37 / 42 / 22 / 4 से प्राप्त किया जाता है:

  दाएँ से प्रारंभ करें: 4 (4 लिखें)

  22 (2 लिखें, कैरी 2)

  42 + 2 = 44 (4 लिखें, कैरी 4)

  37 + 4 = 41 (1 लिखें, कैरी 4)

  12 + 4 = 16

  तो अंतिम उत्तर है: 161424

  अतः, 472 × 342 = 161424

उदाहरण 6: 711 × 582 का गुणा

इकाई अंकों का गुणा: 1 × 2 = 2

अंतिम दो अंकों का क्रॉस गुणा और योग: (1 × 2) + (1 × 8) = 2 + 8 = 10

तीन अंकों का क्रॉस गुणा और योग : (7 × 2) + (1 × 8) + (1 × 5) = 14 + 8 + 5 = 27

पहले दो अंकों का क्रॉस गुणा और योग : (7 × 8) + (1 × 5) = 56 + 5 = 61

सबसे बाएँ अंकों का गुणा: 7 × 5 = 35

तो 711 × 582 को कैरी समायोजन के साथ अभिव्यक्ति 35 / 61 / 27 / 10 / 2 से प्राप्त किया जाता है:

दाएँ से प्रारंभ करें: 2 (2 लिखें)

10 (0 लिखें, कैरी 1)

27 + 1 = 28 (8 लिखें, कैरी 2)

61 + 2 = 63 (3 लिखें, कैरी 6)

35 + 6 = 41

तो अंतिम उत्तर है: 413802

अतः, 711 × 582 = 413802

Scanned with OKEN Scanner

अभ्यास प्रश्न

निम्नलिखित को ऊर्ध्व तिर्यग्भ्याम विधि द्वारा हल करें:

1. 47 × 36
2. 89 × 27
3. 123 × 45
4. 77 × 88
5. 92 × 63
6. 53 × 105
7. 314 × 206
8. 113 × 104
9. 525 × 413
10. 678 × 345

अध्याय 5

गुणा की बेस विधि

बेस विधि (जिसे वैदिक गणित में **निकिलम सूत्र** के नाम से भी जाना जाता है) मानसिक गणित में एक उपयोगी तकनीक है जब संख्याएँ किसी बेस के पास होती हैं। नीचे दिए गए चरणों का पालन करें:

बेस विधि द्वारा गुणा के चरण

1. दोनों संख्याओं के निकट एक बेस चुनें (10, 100, 1000 आदि)। बेस 10 की कोई शक्ति होनी चाहिए।
2. प्रत्येक संख्या से बेस घटाएँ और विचलन (positive या negative) निकालें।
3. दोनों विचलनों का गुणा करें।
4. एक संख्या में दूसरी संख्या का विचलन जोड़ें (या इसके विपरीत)।
5. अंतिम उत्तर दो भागों में होगा।

बायाँ भाग क्रॉस ऐडिशन (चरण 4) का परिणाम है।

दायाँ भाग विचलन गुणा (चरण 3) का परिणाम है।

- दाएँ भाग में अंकों की संख्या बेस में शून्यों की संख्या के बराबर होनी चाहिए।
- यदि आवश्यक हो तो कैरी-ओवर या उधार लेकर समायोजन करें।

बेस विधि को कुशलता से प्रयोग करने की कुंजी है कैरी समायोजन को समझना। ये समायोजन सुनिश्चित करते हैं कि अंतिम उत्तर बेस के अनुसार सही रूप में हो।

कैरी समायोजन के नियम

- अंतिम उत्तर का दायाँ भाग उतने ही अंकों में होना चाहिए जितने शून्य बेस में हैं।
- यदि दायाँ भाग बेस से अधिक है, तो अतिरिक्त भाग को बाएँ भाग में कैरी के रूप में जोड़ें। एक कैरी का मान बेस के बराबर होगा।
- यदि दायाँ भाग नकारात्मक है, तो बाएँ भाग से कैरी उधार लें। एक कैरी का मान बेस के बराबर होगा।

अब हम बेस विधि के कुछ उदाहरणों द्वारा इसे समझाते हैं

उदाहरण 1: 102 × 103 का गुणा करें

चरण 1: बेस चुनें। बेस B = 100

चरण 2: विचलन निकालें।

$$102 - 100 = +2,\ 103 - 100 = +3$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$2 \times 3 = 6$$

चरण 4: क्रॉस ऐड करें।

$$102 + 3 = 105$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। चूंकि बेस 100 है, दाएँ भाग में 2 अंक होने चाहिए। इसलिए विचलन गुणा को 06 (शून्य जोड़कर) लिखें।

$$105 \mid 06 = 10506$$

अतः, $102 \times 103 = 10506$

उदाहरण 2: 89 × 91 का गुणा करें

चरण 1: बेस चुनें। बेस B = 100

चरण 2: विचलन निकालें।

$$89 - 100 = -11,\ 91 - 100 = -9$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$(-11) \times (-9) = 99$$

चरण 4: क्रॉस ऐड करें।

$$89 - 9 = 80$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। बेस 100 है, इसलिए दाएँ भाग में 2 अंक होने चाहिए। चूंकि 99 पहले से ही 2 अंकों में है, तो लिखें:

$$80 \mid 99 = 8099$$

अतः, $89 \times 91 = 8099$

उदाहरण 3: 85 × 107 का गुणा करें

चरण 1: बेस चुनें। बेस B = 100

चरण 2: विचलन निकालें।

$$85 - 100 = -15,\ 107 - 100 = +7$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$(-15) \times 7 = -105$$

चरण 4: क्रॉस ऐड करें।

$$85 + 7 = 92$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। बेस 100 है, इसलिए दाएँ भाग में 2 अंक होने चाहिए। हमें 2 कैरी (अर्थात 200) उधार लेने होंगे:

$$92 - 2 = 90,\ -105 + 200 = 95 \Longrightarrow 90 \mid 95 = 9095$$

अतः, $85 \times 107 = 9095$

उदाहरण 4: 1020 × 991 का गुणा करें

चरण 1: बेस चुनें। बेस B = 1000

चरण 2: विचलन निकालें।

$$1020 - 1000 = +20,\ 991 - 1000 = -9$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$20 \times (-9) = -180$$

चरण 4: क्रॉस ऐड करें।

$$991 + 20 = 1011$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। बेस 1000 है, इसलिए दाएँ भाग में 3 अंक होने चाहिए। हमें 1 कैरी (1000) उधार लेना होगा:

$$1011 - 1 = 1010,\ -180 + 1000 = 820 \Longrightarrow 1010 \mid 820 = 1010820$$

अतः, $1020 \times 991 = 1010820$

उदाहरण 5: 1023 × 1011 का गुणा करें

चरण 1: बेस चुनें। बेस B = 1000

चरण 2: विचलन निकालें।

$$1023 - 1000 = +23,\ 1011 - 1000 = +11$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$23 \times 11 = 253$$

चरण 4: क्रॉस ऐड करें।

$$1023 + 11 = 1034$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। बेस 1000 है, इसलिए दाएँ भाग में 3 अंक होने चाहिए। कोई समायोजन आवश्यक नहीं, क्योंकि 253 पहले से ही 3 अंकों में है:

$$1034 \mid 253 = 1034253$$

उदाहरण 6: 1019 × 989 का गुणा करें

चरण 1: बेस चुनें। बेस B = 1000

Scanned with OKEN Scanner

चरण 2: विचलन निकालें।

$$1019 - 1000 = +19,\ 989 - 1000 = -11$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$19 \times (-11) = -209$$

चरण 4: क्रॉस ऐड करें।

$$989 + 19 = 1008$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। बेस 1000 है, इसलिए दाएँ भाग में 3 अंक होने चाहिए। हमें 1 कैरी (1000) उधार लेना होगा:

$$1008 - 1 = 1007,\ -209 + 1000 = 791 \Rightarrow 1007 \mid 791 = 1007791$$

अभ्यास प्रश्न

बेस विधि का उपयोग करके निम्नलिखित का हल करें:

1. 96 × 94
2. 105 × 108
3. 999 × 997
4. 115 × 112
5. 87 × 93
6. 95 × 78
7. 101 × 92
8. 1001 × 988
9. 1011 × 988
10. 985 × 978

सुझाव: एक उपयुक्त बेस चुनें, विचलन निकालें, उनका गुणा करें, क्रॉस ऐड करें, और आवश्यकतानुसार परिणाम समायोजित करें।

अध्याय 6

सब-बेस विधि द्वारा गुणा

सब-बेस विधि, जिसे वैदिक गणित में **निकिलम सूत्र** के नाम से भी जाना जाता है, मानसिक गणित में एक उपयोगी तकनीक है जब संख्याएँ बेस के एक गुणज (जैसे 10, 100, 1000 आदि) के पास होती हैं। यह मानक बेस विधि पर आधारित होती है और सब-बेस के प्रयोग से इसकी उपयोगिता और बढ़ जाती है।

सब-बेस विधि द्वारा गुणा के चरण

1. ऐसा बेस B चुनें कि दोनों संख्याएँ किसी उप-गुणज S × B के पास हों। यह गुणज S उप-बेस कहलाता है।
2. दोनों संख्याओं का उप-बेस से विचलन निकालें: विचलन = संख्या − (S × B)
3. दोनों विचलनों का गुणा करें।
4. एक संख्या में दूसरी का विचलन जोड़ें (या इसके विपरीत), फिर इस योग को उप-बेस S से गुणा करें।
5. अंतिम उत्तर दो भागों में होगा:
   - बायाँ भाग चरण 4 का परिणाम होगा।
   - दायाँ भाग चरण 3 में प्राप्त विचलनों का गुणनफल होगा।
6. दाएँ भाग को बेस के अंकों की संख्या के अनुसार समायोजित करें, आवश्यकता अनुसार कैरी या उधार लें।

बेस विधि को कुशलता से प्रयोग करने की कुंजी है कैरी समायोजन को समझना। ये समायोजन यह सुनिश्चित करते हैं कि अंतिम उत्तर बेस के अनुसार सही रूप में हो।

कैरी समायोजन के नियम

- अंतिम उत्तर का दायाँ भाग उतने ही अंकों में होना चाहिए जितने शून्य बेस में हैं।
- यदि दायाँ भाग बेस से अधिक है, तो अतिरिक्त भाग को बाएँ भाग में कैरी के रूप में जोड़ें। एक कैरी का मान बेस के बराबर होगा।
- यदि दायाँ भाग ऋणात्मक है, तो बाएँ भाग से कैरी उधार लें। एक कैरी का मान फिर से बेस के बराबर होगा।

अब हम बेस विधि के कुछ उदाहरणों द्वारा इसे समझाते हैं

Scanned with OKEN Scanner

उदाहरण 1: 32 × 37 का गुणा

चरण 1: बेस और सब-बेस चुनें। बेस B = 10, उप-बेस S = 3।

चरण 2: विचलन निकालें।

$$32 - (3 \times 10) = 2, 37 - (3 \times 10) = 7$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$2 \times 7 = 14$$

चरण 4: एक विचलन को दूसरी संख्या में जोड़कर उप-बेस से गुणा करें।

$$(32 + 7) \times 3 = 117$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। चूंकि बेस 10 है, दाएँ भाग में 1 अंक होना चाहिए। 14 से 1 कै[री] बाएँ भाग में जोड़ते हैं।

$$117 \mid 14 = 1184$$

अंतिम उत्तर: 1184

उदाहरण 2: 78 × 67 का गुणा

चरण 1: बेस और उप-बेस चुनें। बेस B = 10, उप-बेस S = 7।

चरण 2: विचलन निकालें।

$$78 - (7 \times 10) = 8, 67 - (7 \times 10) = -3$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$8 \times (-3) = -24$$

चरण 4: एक विचलन को दूसरी संख्या में जोड़कर उप-बेस से गुणा करें।

$$(78 - 3) \times 7 = 525$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। हम 3 कैरी (अर्थात 30) बाएँ भाग से उधार लेते हैं।

$$525 \mid -24 = 5226$$

अंतिम उत्तर: 5226

उदाहरण 3: 311 × 296 का गुणा

चरण 1: बेस और उप-बेस चुनें। बेस B = 100, उप-बेस S = 3।

चरण 2: विचलन निकालें।

$$311 - (3 \times 100) = 11, 296 - (3 \times 100) = -4$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$11 \times (-4) = -44$$

चरण 4: एक विचलन को दूसरी संख्या में जोड़कर उप-बेस से गुणा करें।

$$(311 - 4) \times 3 = 921$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। हम बाएँ भाग से 1 कैरी (अर्थात 100) उधार लेते हैं।

$$921 \mid -44 = 92056$$

अंतिम उत्तर: 92056

उदाहरण 4: 4017 × 3979 का गुणा

चरण 1: बेस और उप-बेस चुनें। बेस B = 1000, उप-बेस S = 4।

चरण 2: विचलन निकालें।

$$4017 - (4 \times 1000) = 17, 3979 - (4 \times 1000) = -21$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$17 \times (-21) = -357$$

चरण 4: एक विचलन को दूसरी संख्या में जोड़कर उप-बेस से गुणा करें।

$$(4017 - 21) \times 4 = 15984$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। हम बाएँ भाग से 1 कैरी (अर्थात 1000) उधार लेते हैं।

$$15984 \mid -357 = 15983643$$

अंतिम उत्तर: 15983643

उदाहरण 5: 589 × 617 का गुणा

चरण 1: बेस और उप-बेस चुनें। बेस B = 100, उप-बेस S = 6।

चरण 2: विचलन निकालें।

$$589 - (6 \times 100) = -11, 617 - (6 \times 100) = 17$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$(-11) \times 17 = -187$$

चरण 4: एक विचलन को दूसरी संख्या में जोड़कर उप-बेस से गुणा करें।

$$(589 + 17) \times 6 = 606 \times 6 = 3636$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। हम बाएँ भाग से 2 कैरी (अर्थात 200) उधार लेते हैं।

$$3636 \mid -187 = 363413$$

अंतिम उत्तर: 363413

Scanned with OKEN Scanner

उदाहरण 6: 9019 × 8989 का गुणा

चरण 1: बेस और उप-बेस चुनें। बेस B = 1000, उप-बेस S = 9।

चरण 2: विचलन निकालें।

$$9019 - (9 \times 1000) = 19,\ 8989 - (9 \times 1000) = -11$$

चरण 3: विचलनों का गुणा करें।

$$19 \times (-11) = -209$$

चरण 4: एक विचलन को दूसरी संख्या में जोड़कर उप-बेस से गुणा करें।

$$(9019 - 11) \times 9 = 9008 \times 9 = 81072$$

चरण 5: परिणाम संयोजित करें। हम बाएँ भाग से 1 कैरी (अर्थात 1000) उधार लेते हैं।

$$81072 \mid -209 = 81071791$$

अंतिम उत्तर: 81071791

अभ्यास

निम्नलिखित गुणा को सब-बेस विधि द्वारा हल करें:

1. 196 × 194
2. 67 × 51
3. 1999 × 1997
4. 215 × 212
5. 205 × 192
6. 125 × 123
7. 815 × 792
8. 2015 × 1992
9. 871 × 923
10. 315 × 307

अध्याय 7

यावदूनम् विधि द्वारा वर्ग निकालना

यावदूनम् विधि मानसिक गणित में एक उपयोगी तकनीक है जो उन संख्याओं के घन निकालने के लिए प्रयुक्त होती है जो किसी आधार (जैसे 10, 100, 1000 आदि) के गुणज के निकट होती हैं। इसके चरण निम्नलिखित हैं:

आधार विधि से गुणा करने के चरण

1. मान लीजिए N वह संख्या है जिसका घन ज्ञात करना है।
2. B को आधार मानते हैं (जैसे 10, 100, 1000 आदि) । ऐसा आधार चुना जाता है जो N के निकटतम गुणज हो।
3. S को उप-आधार कहते हैं, यह B का गुणज है जो N के सबसे निकट है।
4. विचलन D की गणना करें: D=N−(S×B)
5. अंतिम उत्तर तीन भागों में होगा:

$$(N+2D)\times S^2 / 3D^2S / D^3$$

अंतिम उत्तर प्राप्त करते समय बीच वाले भाग (मध्य भाग) और दाएँ भाग में अंकों की संख्या आधार में शून्यों की संख्या के बराबर होनी चाहिए। आवश्यकता अनुसार कैरी समायोजन करके अंतिम उत्तर प्राप्त करें।

कैरी समायोजन के नियम

- अंतिम उत्तर के दाएँ भाग और मध्य भाग में आधार में मौजूद शून्यों की संख्या के बराबर अंक होने चाहिए।
- यदि दाएँ या मध्य भाग का मान आधार से अधिक हो जाए, तो अतिरिक्त मान को बाएँ भाग में जोड़ें। एक कैरी की मान = आधार।
- यदि अंतिम उत्तर का दायाँ भाग ऋणात्मक हो, तो मध्य भाग से कैरी उधार लें। एक कैरी = आधार।

  उदाहरण:

उदाहरण 1: 23 का घन ज्ञात करें

23 ≈ 20,

अतः संख्या 23, 20 के करीब है, तो 23 ≈ 20।

Scanned with OKEN Scanner

$23 = 2 \times 10 + 3$

यहाँ S = 2, B = 10, D = 3

गणना

- बायाँ भाग

$$(N + 2D) \times S^2 = (23 + 2 \times 3) \times 2^2 = 29 \times 4 = 116$$

- मध्य भाग

$$3D^2S = 3 \times 3^2 \times 2 = 3 \times 9 \times 2 = 54$$

- दायाँ भाग:

$$D^3 = 3^3 = 27$$

कैरी समायोजन (आधार 10)

- दायाँ भाग: 27 ⟶ 7 रखें, 2 कैरी मध्य में
- **मध्य भाग:** 54 + 2 = 56 ⟶ 6 रखें, 5 कैरी बाएँ
- **बायाँ भाग:** 116 + 5 = 121

अंतिम उत्तर :

$$23^3 = 12167$$

उदाहरण 2: 191 का घन ज्ञात करें

$191 \approx 200,$

अतः $191 = [\,2\times100-9\,]$

यहाँ S=2, B=100, D=−9

गणना

- **बायाँ भाग**

$$(N+2D)\times S^2 = (191+2\times(-9))\times2^2=(191-18)\times4=173\times4=692$$

- **मध्य भाग:**

$$3D^2S= 3\times(-9)^2\times2=3\times81\times2=486$$

- **दायाँ भाग**

$$D^3= (-9)^3=-729$$

कैरी समायोजन (आधार 100)

- **दायाँ भाग:** −729 ⟶ +800 करके 71, कैरी −8
- **मध्य भाग:** 486−8 = 478, Keep 78 and shift 4 as carry to left part.
- **बायाँ भाग:** 692+4=696

अंतिम उत्तर

$$191^3 = 6967871$$

उदाहरण 3: 83 का घन ज्ञात करें

$83 \approx 80,$ अतः

$83=8\times10+3$

S=8, B=10, D=3

गणना

- **बायाँ भाग:**

$$(N+2D)\times S^2 = (83+2\times3)\times8^2=89\times64=5696$$

- **मध्य भाग:**

$$3D^2S= 3\times3^2\times8=3\times9\times8=216$$

- **दायाँ भाग:**

$$D^3=3^3=27$$

कैरी समायोजन (आधार 10)

- **दायाँ भाग:** 27 ⟶ 7 रखें, कैरी 2
- **मध्य भाग:** 216+2 = 218 ⟶ 8 रखें, कैरी 21
- **बायाँ भाग:** 5696+21 = 5717

अंतिम उत्तर

$$83^3=571787$$

उदाहरण 4: 719 का घन ज्ञात करें

$719=7\times100+19$

S=7, B=100, D=19

गणना

- **बायाँ भाग:**

$$(N+2D)\times S^2 = (719+2\times19)\times7^2=757\times49=37093$$

- **मध्य भाग:**

$$3D^2S= 3\times19^2\times7=3\times361\times7=7581$$

- **दायाँ भाग:**

$$D^3 =19^3=6859$$

कैरी समायोजन (आधार 100)

- **दायाँ भाग:** 6859 ⟶ 59 रखें, कैरी 68

Scanned with OKEN Scanner

- **मध्य भाग:** 7581+68 = 7649 $\rightarrow$ 49 रखें, कैरी 76
- **बायाँ भाग:** 37093+76 = 37169

अंतिम उत्तर:

$$719^3=371694959$$

उदाहरण 5: 591 का घन ज्ञात करें

$591=6\times100-9$

$B = 100, D =-9, S=6,$

गणना:

- **बायाँ भाग:**

$$(N+2D)\times S^2 = (591+2\times(-9))\times6^2=(591-18)\times36=573\times36=20628$$

- **मध्य भाग:**

$$3D^2S= 3\times(-9)^2\times6=3\times81\times6=1458$$

- **दायाँ भाग:**

$$D^3 = (-9)^3 = -729$$

कैरी समायोजन (आधार 100)

- **दायाँ भाग:** $-729 \rightarrow +800 = 71$, कैरी -8
- **मध्य भाग:** 1458−8 = 1450 $\rightarrow$ 50 रखें, कैरी 14
- **बायाँ भाग:** 20628+14 = 20642

अंतिम उत्तर:

$$591^3 = 206425071$$

अभ्यास प्रश्न

निम्नलिखित संख्याओं के घन यावदूनम् विधि से निकालें:

1. 196
2. 51
3. 199
4. 212
5. 192
6. 123
7. 815
8. 201
9. 923
10. 307
11. 2011

अध्याय 8

पूर्णांक वर्गमूल

सटीक वर्गों के वर्गमूल ज्ञात करने के लिए, सबसे पहले यह निर्धारित करना आवश्यक है कि दी गई संख्या एक पूर्णांक वर्ग है या नहीं। हम निम्नलिखित मूलभूत नियमों का उपयोग करके इसे सत्यापित कर सकते हैं:

1. एक पूर्णांक वर्ग 0, 1, 4, 5, 6, या 9 में समाप्त होता है।
2. एक संख्या पूर्णांक वर्ग नहीं होती यदि वह 2, 3, 7, या 8 में समाप्त होती है।
3. संख्या में शून्य की एक सम संख्या होनी चाहिए।
4. यदि संख्या 6 में समाप्त होती है, तो इसकी दूसरी अंतिम अंक विषम होना चाहिए।
5. यदि संख्या 6 में समाप्त नहीं होती, तो इसकी दूसरी अंतिम अंक सम होना चाहिए।
6. यदि संख्या सम है, तो इसके अंतिम दो अंक 4 से विभाज्य होने चाहिए।
7. यदि दी गई संख्या में n अंक हैं:
   - यदि n सम है, तो इसके वर्गमूल में n/2 अंक होंगे।
   - यदि n विषम है, तो इसके वर्गमूल में (n + 1)/2 अंक होंगे।

प्रथम 10 प्राकृतिक संख्याओं के वर्ग

संख्या	वर्ग	वर्ग का अंतिम अंक
1	1	1
2	4	4
3	9	9
4	16	6
5	25	5
6	36	6
7	49	9
8	64	4
9	81	1
10	100	0

Scanned with OKEN Scanner

निष्कर्ष

1. यदि वर्ग 1 में समाप्त होता है, तो इसके वर्गमूल का अंतिम अंक 1 या 9 में से कोई होगा।
2. यदि वर्ग 4 में समाप्त होता है, तो इसके वर्गमूल का अंतिम अंक 2 या 8 में से कोई होगा।
3. यदि वर्ग 5 में समाप्त होता है, तो इसके वर्गमूल का अंतिम अंक 5 होगा।
4. यदि वर्ग 6 में समाप्त होता है, तो इसके वर्गमूल का अंतिम अंक 4 या 6 में से कोई होगा।
5. यदि वर्ग 9 में समाप्त होता है, तो इसके वर्गमूल का अंतिम अंक 3 या 7 में से कोई होगा।

वर्गमूल ज्ञात करने के नियम

1. संख्या को दाएं से बाएं दो अंकों के समूहों में विभाजित करें।
2. दी गई संख्या के अंतिम अंक को देखकर वर्गमूल का अंतिम अंक निर्धारित करें।
3. पहले समूह के अंकों का विश्लेषण करके वर्गमूल का पहला अंक निर्धारित करें।
4. यदि संख्या 5 में समाप्त होती है, तो "एकाधिकेन पूर्वेण" सूत्र का उपयोग करके हमारे दो संभावि उत्तरों के बीच का वर्ग ज्ञात करें।
5. यदि दी गई संख्या इस वर्ग से बड़ी या छोटी है, तो हम दोनों विकल्पों में से सही उत्तर चुन सक हैं।

यह विधि तब काम करती है जब दी गई संख्या एक पूर्णांक वर्ग हो। यदि वर्ग में पांच से अधि अंक हैं, तो यह विधि कम उपयुक्त होती है। आइए इसे कुछ उदाहरणों से समझते हैं। इन उदाहरणों प्रयुक्त संख्याएँ पूर्णांक वर्ग हैं।

उदाहरण 1: $\sqrt{1024}$ ज्ञात करें

चरण 1: हम संख्या को दाएं से बाएं दो अंकों के समूहों में विभाजित करते हैं। संख्या 1024 है, त हमारे पास 2 समूह हैं: (10, 24)।

चरण 2: चूंकि वर्ग 4 में समाप्त होता है, वर्गमूल का अंतिम अंक 2 या 8 में से कोई होगा (वर्गों क तालिका देखकर)। अतः हमारे पास उत्तर के यूनिट अंक के लिए दो संभावनाएँ हैं।

चरण 3: बाएं समूह (10) का अवलोकन करते हैं: चूंकि $3^2 = 9$ और $4^2 = 16$, संख्या 10 इन दो वर्गों के बीच स्थित है। अतः हमारे वर्गमूल का पहला अंक 3 होगा। हम 4 नहीं ले सकते क्योंकि 4 = 1600, जो 1024 से बड़ा है। इसलिए, हम 3 को उत्तर के पहले अंक के रूप में लेते हैं। अब, हम पास 32 और 38 के विकल्प हैं।

चरण 4: "एकाधिकेन पूर्वेण" सूत्र का उपयोग करते हैं:

$$35^2 = 1225$$

$$\text{अतः } 32^2 \; 1024$$

चूंकि 1024 एक पूर्णांक वर्ग है और 1024 कम है, 1225, है, इसलिए वर्गमूल 32 है।

उदाहरण 2: $\sqrt{2116}$ ज्ञात करें

चरण 1: हम संख्या को दाएं से बाएं दो अंकों के समूहों में विभाजित करते हैं। संख्या 2116 है, तो हमारे पास 2 समूह हैं: (21, 16)।

चरण 2: चूंकि वर्ग 6 में समाप्त होता है, वर्गमूल का अंतिम अंक 4 या 6 में से कोई होगा।

चरण 3: बाएं समूह (21) का अवलोकन करते हैं: चूंकि $4^2 = 16$ और $5^2 = 25$, संख्या 21 इन दोनों वर्गों के बीच स्थित है। अतः हमारे वर्गमूल का पहला अंक 4 होगा। हम 5 नहीं ले सकते क्योंकि $5^2 = 25$, जो 21 से बड़ा है। इसलिए, हम 4 को उत्तर के पहले अंक के रूप में लेते हैं। अब, हमारे पास 44 और 46 के विकल्प हैं।

चरण 4: "एकाधिकेन पूर्वेण" सूत्र का उपयोग करते हैं:

$$\text{अतः } 45^2 = 1936$$

चूंकि 2116 > 2025 और 2116 एक पूर्णांक वर्ग है, इसलिए वर्गमूल 46 है।

अभ्यास समस्याएँ

निम्नलिखित पूर्णांक वर्गों के वर्गमूल ज्ञात करें:

1. $\sqrt{529}$
2. $\sqrt{1089}$
3. $\sqrt{2401}$
4. $\sqrt{6724}$
5. $\sqrt{3969}$
6. $\sqrt{9025}$
7. $\sqrt{12321}$
8. $\sqrt{12544}$
9. $\sqrt{17161}$
10. $\sqrt{11881}$

अध्याय 9

पूर्ण घनों के सटीक घनमूल

सटीक घनों के घनमूलों को एक पैटर्न का उपयोग करके निकाला जा सकता है जो वर्गमूल के समा... है। आइए पहले पहले दस प्राकृतिक संख्याओं के घनों का अध्ययन करें ताकि हम घन के अंतिम अ... का निर्धारण कर सकें।

तालिका: पहले दस प्राकृतिक संख्याओं के घन		
संख्या	घन	घन में अंतिम अंक
1	1	1
2	8	8
3	27	7
4	64	4
5	125	5
6	216	6
7	343	3
8	512	2
9	729	9
10	1000	0

- यदि घन का अंतिम अंक 1 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 1 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 8 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 2 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 7 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 3 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 4 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 4 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 5 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 5 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 6 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 6 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 3 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 7 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 2 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 8 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 9 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 9 होगा।
- यदि घन का अंतिम अंक 0 है, तो घनमूल का अंतिम अंक 0 होगा।

हम देखते हैं कि पहले दस प्राकृतिक संख्याओं के घनों में अंकों का कोई ओवरलैप नहीं... जैसा कि वर्गों के मामले में होता है।

घनमूल निकालने के नियम

1. संख्या में दाएं से बाएं की ओर दो अंकों के समूह बनाएं।
2. दिए गए संख्या के अंतिम अंक को देखकर घनमूल का अंतिम अंक निर्धारित करें।
3. पहले समूह के अंकों का विश्लेषण करके घनमूल का पहला अंक निर्धारित करें।
4. यदि हमारी दी गई संख्या इस वर्ग से बड़ी या छोटी है, तो हम दोनों विकल्पों में से सही उत्तर चुन सकते हैं।

नोट: यह विधि तब सबसे प्रभावी होती है जब:

- दी गई संख्या एक पूर्ण घन है।
- संख्या में अधिकतम चार या पांच अंक हैं।

यदि घन में पांच से अधिक अंक हैं, तो यह विधि कम उपयुक्त होती है। आइए इसे कुछ उदाहरणों से समझें। इन उदाहरणों में विचार की गई संख्याएं पूर्ण घन हैं।

उदाहरण 1: 1728 का घनमूल निकालें।

चरण 1: अंकों को समूहित करें। हम संख्या को दाएं से बाएं तीन अंकों के समूहों में विभाजित करते हैं: (1, 728)। यहां दो समूह हैं, इसलिए घनमूल में दो अंक होंगे।

चरण 2: अंतिम अंक का विश्लेषण करें। संख्या का अंतिम अंक 8 है। हम देखते हैं:

$$2^3 = 8$$

इसलिए, घनमूल का अंतिम अंक 2 है।

चरण 3: पहले अंक का अनुमान लगाएं। पहला समूह 1 है। हम पाते हैं:

$$1^3 = 1 \text{ और } 2^3 = 8$$

चूंकि 1, 1 और 8 के बीच आता है, इसलिए दहाई अंक 2 है।

अंतिम उत्तर: 1728 का घनमूल 12 है।

उदाहरण 2: 13824 का घनमूल निकालें।

चरण 1: अंकों को समूहित करें। हम संख्या को दाएं से बाएं तीन अंकों के समूहों में विभाजित करते हैं: (13, 824)। यहां दो समूह हैं, इसलिए घनमूल में दो अंक होंगे।

चरण 2: अंतिम अंक का विश्लेषण करें। संख्या का अंतिम अंक 4 है। हम याद करते हैं:

$$4^3 = 64$$

इसलिए, घनमूल का अंतिम अंक 4 है।

चरण 3: पहले अंक का निर्धारण करें। बाएं समूह 13 है। हम देखते हैं:

$$2^3 = 8 \text{ और } 3^3 = 27$$

चूंकि 13 8 और 27 के बीच आता है, इसलिए पहले अंक 2 है।

अंतिम उत्तर: 13824 का घनमूल 24 है।

Scanned with OKEN Scanner

उदाहरण 3: 175616 का घनमूल निकालें।

चरण 1: अंकों को समूहित करें। हम संख्या को दाएं से बाएं तीन अंकों के समूहों में विभाजित क[रते] हैं: (175, 616)।

चरण 2: अंतिम अंक का विश्लेषण करें। संख्या का अंतिम अंक 6 है। हम देखते हैं:

$$6^3 = 216$$

इसलिए, घनमूल का अंतिम अंक 6 है।

चरण 3: पहले अंक का निर्धारण करें। हम 175 पर विचार करते हैं:

$$5^3 = 125 \text{ और } 6^3 = 216$$

चूंकि 175 इन दोनों के बीच आता है, इसलिए पहले अंक 5 है।

अंतिम उत्तर: 175616 का घनमूल 56 है।

उदाहरण 4: 681472 का घनमूल निकालें।

चरण 1: अंकों को समूहित करें। हम संख्या को दाएं से बाएं तीन अंकों के समूहों में विभाजित क[रते] हैं: (681, 472)।

चरण 2: अंतिम अंक का विश्लेषण करें। संख्या का अंतिम अंक 2 है। हम देखते हैं:

$$8^3 = 512$$

इसलिए, घनमूल का अंतिम अंक 8 है।

चरण 3: पहले अंक का अनुमान लगाएं। हम 681 पर विचार करते हैं:

$$8^3 = 512 \text{ और } 9^3 = 729$$

चूंकि 681 इन दोनों के बीच आता है, इसलिए पहले अंक 8 है।

अंतिम उत्तर: 681472 का घनमूल 88 है।

ये विधियां सावधानीपूर्वक अंक समूहण, घन मानों में पैटर्न पहचान और मानसिक अनु[मान] पर निर्भर करती हैं। ये मानसिक गणना के लिए प्रभावी हैं और प्राचीन भारतीय और शास्त्रीय गणि[तीय] दृष्टिकोणों में संख्याओं के गुणों की गहरी समझ विकसित करने के लिए उपयोगी हैं।

अभ्यास

निम्नलिखित सटीक घनों के घनमूल ज्ञात करें:

1. $\sqrt[3]{4913}$
2. $\sqrt[3]{74088}$
3. $\sqrt[3]{456533}$
4. $\sqrt[3]{3176523}$
5. $\sqrt[3]{1030301}$
6. $\sqrt[3]{195112}$
7. $\sqrt[3]{1092727}$

अभ्यासों के उत्तर

- $\sqrt[3]{4913} = 17$
- $\sqrt[3]{74088} = 42$
- $\sqrt[3]{456533} = 77$
- $\sqrt[3]{3176523} = 147$
- $\sqrt[3]{1030301} = 101$
- $\sqrt[3]{195112} = 58$
- $\sqrt[3]{1092727} = 103$

अध्याय 10

विभाज्यता

सभी संख्याएँ किसी न किसी संख्या से विभाज्य होती हैं। 1 किसी भी संख्या से विभाज्य नहीं है, इसलिए यह अविभाज्य है। जो संख्याएँ केवल स्वयं और 1 से विभाज्य होती हैं, उन्हें अभ्यस्त संख्याएँ कहते हैं। अन्य सभी संख्याएँ संयोगिक संख्याएँ कहलाती हैं। अब हम कुछ संख्याओं की विभाज्यता को समझने की कोशिश करेंगे।

2 से विभाज्यता

सभी सम संख्याएँ, जो 2, 4, 6, 8, 0 से समाप्त होती हैं, 2 से विभाज्य होती हैं।

उदाहरण: 3756, 275648, 93766854, ये सभी सम संख्याएँ हैं और 2 से भी विभाज्य हैं।

5 से विभाज्यता

सभी संख्याएँ जो 5 या 0 पर समाप्त होती हैं, 5 से विभाज्य होती हैं।

उदाहरण: 45, 92630, 756595, 8394725 ये सभी संख्याएँ 5 से विभाज्य हैं, क्योंकि सभी 5 या 0 पर समाप्त होती हैं।

10 से विभाज्यता

सभी संख्याएँ जो 0 पर समाप्त होती हैं, 10 से विभाज्य होती हैं।

उदाहरण: 193750, 343500, 456000 ये सभी संख्याएँ 10 से विभाज्य हैं।

3 से विभाज्यता

यह जानने के लिए कि कोई संख्या 3 से विभाज्य है या नहीं, हम सभी अंकों का योग करते हैं और यदि योग 3 से विभाज्य है, तो संख्या 3 से विभाज्य होती है।

उदाहरण: क्या 67495, 3 से विभाज्य है?

ध्यान दें 31 = 6 + 7 + 4 + 9 + 5, 31, 3 से विभाज्य नहीं है।

तो, 67495, 3 से विभाज्य नहीं है।

Scanned with OKEN Scanner

9 से विभाज्यता

कोई भी संख्या 9 से विभाज्य होती है यदि उसके अंकों का योग 9 से विभाज्य है। हम संख्या के सभी अंकों का योग करते हैं, और यदि योग 9 से विभाज्य है, तो संख्या 9 से विभाज्य होती है।

इसे निकालने का एक सरल तरीका है, 9 को काट देना (जैसा कि पिछले अध्याय में सीखा था)। हम संख्या में सभी 9 को और जिन अंकों का योग 9 है, उन्हें काट देते हैं। फिर, बाकी अंकों का योग करते हैं और हम तब तक ऐसा करते रहते हैं जब तक हमें एक अंक नहीं मिल जाता। यदि वह अंक 0 या 9 होता है, तो संख्या 9 से विभाज्य होती है।

उदाहरण: क्या 9456512, 9 से विभाज्य है? हम सभी 9 को और उन अंकों को काट देते हैं जो 9 का योग करते हैं, अर्थात 9, (4,5), (1, 2, 6) अब हमारे पास केवल 5 बचता है, तो संख्या 9 से विभाज्य नहीं है।

4 से विभाज्यता

यदि संख्या के अंतिम दो अंक 4 से विभाज्य हैं, तो वह संख्या 4 से विभाज्य होती है। वैकल्पिक रूप से, यदि अंतिम अंक और द्वितीय अंतिम अंक का गुणांक 4 से विभाज्य है, तो संख्या 4 से विभाज्य होती है।

उदाहरण: क्या 476543, 4 से विभाज्य है? अंतिम अंक और द्वितीय अंतिम अंक का गुणा है: 3 + 2 × 4 = 11 चूंकि 11, 4 से विभाज्य नहीं है, संख्या 476543, 4 से विभाज्य नहीं है।

8 से विभाज्यता

यदि संख्या के अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हैं, तो वह संख्या 8 से विभाज्य होती है। वैकल्पिक रूप से, यदि अंतिम अंक, द्वितीय अंतिम अंक का दुगना, और तृतीय अंतिम अंक का चार गुना का योग 8 से विभाज्य है, तो संख्या 8 से विभाज्य होती है।

उदाहरण: क्या 83546, 8 से विभाज्य है?

ध्यान दें 6 + (2 × 4) + (4 × 5) = 34

चूंकि 34, 8 से विभाज्य नहीं है, संख्या 83546, 8 से विभाज्य नहीं है।

11 से विभाज्यता

यदि समान स्थानों पर रखे गए अंकों का योग और विषम स्थानों पर रखे गए अंकों का योग का अंतर 0, 11, या 11 का कोई गुणांक होता है, तो संख्या 11 से विभाज्य होती है। उदाहरण: क्या 7834531, 11 से विभाज्य है?

ध्यान दें, समान स्थानों पर रखे गए अंक: 8, 4, 3

8 + 4 + 3 = 15

विषम स्थानों पर रखे गए अंक: 7, 3, 5, 1

7 + 3 + 5 + 1 = 16

तो, समान स्थानों पर रखे गए अंकों और विषम स्थानों पर रखे अंकों का अंतर है,

16 − 15 = 1

चूंकि 1, 11 का गुणांक नहीं है, संख्या 7834531, 11 से विभाज्य नहीं है।

प्राइम संख्याओं से विभाज्यता

किसी दिए गए संख्या को कोई प्राइम संख्या से विभाज्य है या नहीं, यह जानने के लिए हम उसकी एकादिका को उपयोग करते हैं। हम संख्या के अंतिम अंक को उसकी एकादिका से गुणा करते हैं और उसे अंतिम अंक से पहले के अंकों में जोड़ते हैं। हम यह प्रक्रिया तब तक करते हैं जब तक हमें ऐसा अंक नहीं मिल जाता, जिसे हम पहले से जानते हैं कि वह दिए गए प्राइम संख्या से विभाज्य है।

एकादिका निकालने की विधि

किसी भी प्राइम संख्या की एकादिका की गणना इस प्रकार की जाती है, उसे किसी संख्या से गुणा करें, जिससे 9 का अंक मिले। फिर हम उस परिणाम के पिछले अंक से एक जोड़कर एकादिका प्राप्त करते हैं।

7 की एकादिका = 7 × 7 = 49, 4 + 1 = 5

13 की एकादिका = 13 × 3 = 39, 3 + 1 = 4

19 की एकादिका = 19 × 1 = 19, 1 + 1 = 2

7 से विभाज्यता

अब हम 7 से विभाज्यता जांचने के लिए एकादिका का उपयोग करते हैं। 7 की एकादिका 5 है। हम संख्या के अंतिम अंक को उसकी एकादिका से गुणा करते हैं और उसे अंतिम अंक से पहले के अंकों में जोड़ते हैं। हम यह प्रक्रिया तब तक करते हैं जब तक हमें ऐसा अंक नहीं मिल जाता, जिसे हम पहले से जानते हैं कि वह 7 से विभाज्य है। उदाहरण: क्या 743693, 7 से विभाज्य है?

ध्यान दें, 7 की एकादिका 5 है।

अंतिम अंक = 3, 3 × 5 = 15, 74369 + 15 = 74384

अंतिम अंक = 4, 4 × 5 = 20, 7438 + 20 = 7458

अंतिम अंक = 8, 8 × 5 = 40, 745 + 40 = 785

अंतिम अंक = 5, 5 × 5 = 25, 78 + 25 = 103

अंतिम अंक = 3, 3 × 5 = 15, 10 + 15 = 25

चूंकि 25, 7 से विभाज्य नहीं है, संख्या 743693, 7 से विभाज्य नहीं है।

13 से विभाज्यता

उदाहरण: क्या 126594, 13 से विभाज्य है?

ध्यान दें, 13 की एकादिका की गणना इस प्रकार की जाती है: 13 × 3 = 39, 3 + 1 = 4 अंतिम अंक = 4, 4 × 4 = 16, 12659 + 16 = 12675 अंतिम अंक = 5, 5 × 4 = 20, 1267 + 20 =

Scanned with OKEN Scanner

1287 अंतिम अंक = 7, 7 × 4 = 28, 128 + 28 = 156 अंतिम अंक = 6, 6 × 4 = 24, 15 + 24 = 39 चूंकि 39, 13 से विभाज्य है, संख्या 126594, 13 से विभाज्य है।

संयोजन संख्याओं से विभाज्यता संयोजन (गैर-प्राइम) संख्याओं से विभाज्यता की जांच करने के लिए हम उनके गुणकों के विभाज्यता नियमों को जोड़ते हैं। उदाहरण के लिए, 6 के गुणक 2 और 3 हैं, इसलिए किसी संख्या के 6 से विभाज्य होने के लिए, उसे 2 और 3 दोनों से विभाज्य होना चाहिए।

कुछ नियम

1. कोई संख्या 6 से विभाज्य होती है यदि वह 2 और 3 दोनों से विभाज्य हो।
2. कोई संख्या 12 से विभाज्य होती है यदि वह 3 और 4 दोनों से विभाज्य हो।
3. कोई संख्या 15 से विभाज्य होती है यदि वह 3 और 5 दोनों से विभाज्य हो।
4. कोई संख्या 18 से विभाज्य होती है यदि वह 2 और 9 दोनों से विभाज्य हो।
5. कोई संख्या 24 से विभाज्य होती है यदि वह 3 और 8 दोनों से विभाज्य हो।
6. कोई संख्या 30 से विभाज्य होती है यदि वह 3 और 10 दोनों से विभाज्य हो।
7. कोई संख्या 20 से विभाज्य होती है यदि वह शून्य पर समाप्त हो और दूसरा अंतिम अंक सम हो।

उदाहरण: क्या 1379112, 24 से विभाज्य है? यदि कोई संख्या 3 और 8 दोनों से विभाज्य हो, तो वह 24 से विभाज्य होती है। हम 3 से विभाज्य होने के लिए अंकों का योग करते हैं: 1 + 3 + 7 + 9 + 1 + 1 + 2 = 24, 2 + 4 = 6 चूंकि 6, 3 से विभाज्य है, संख्या 1379112, 3 से विभाज्य है। हम 8 से विभाज्य होने के लिए जोड़ते हैं: (अंतिम अंक) + 2 × (द्वितीय अंतिम अंक) + 4 × (तृतीय अंतिम अंक) 8 से विभाज्य होने के लिए हम अंतिम अंक, द्वितीय अंतिम अंक का दुगना, और तृतीय अंतिम अंक का चार गुना जोड़ते हैं: 2 + (2 × 1) + (4 × 1) = 8 तो 1379112, 8 से विभाज्य है। चूंकि 1379112, 3 और 8 दोनों से विभाज्य है, यह 24 से विभाज्य है।

अभ्यास

निम्नलिखित में से कौन सी संख्याएँ दिए गए अंक से विभाज्य हैं?

1. 4321, 7865, 6745, 63963 द्वारा 3
2. 536, 8765, 48654, 4864 द्वारा 5
3. 540, 5642, 78546, 64678 द्वारा 6
4. 5436, 79492, 78654, 65846 द्वारा 7
5. 3246, 5368, 2178, 87321 द्वारा 8
6. 76539, 95346, 476325, 7643254 द्वारा 9
7. 675334, 56487, 39765, 648768 द्वारा 11
8. 9870, 12345, 6545, 987080 द्वारा 15
9. 876, 187632, 756432, 76546 द्वारा 18
10. 4624, 875432, 841128, 78698 द्वारा 24

अध्याय 11

केवल 9 से बनी संख्याओं से गुणा करना

यह विधि इस तथ्य का लाभ उठाती है कि ऐसे गुणक वास्तव में 10 की किसी घात से ठीक एक कम होते हैं। दूसरे शब्दों में, यदि गुणक में n अंक हैं (और सभी 9 हैं), तो उसे लिखा जा सकता है: $10^n - 1$ के रूप में। यह विधि तब लागू होती है जब गुणा की जाने वाली संख्या (गुणेय) के अंकों की संख्या n या उससे कम हो।

केवल 9 वाली संख्या से गुणा करने के चरण

मान लीजिए गुणेय संख्या N है और गुणक 10^n-1 है। तब परिणाम दो भागों में विभाजित किया जाएगा:

1. बाएँ भाग (LHS):
   गुणेय संख्या में से 1 घटाएँ: $LHS = N - 1$
2. दाएँ भाग (RHS):
   गुणेय संख्या को आधार 10n से घटाएँ:
   $RHS = 10^n - N = (10^n - 1) - (N - 1)$

नोट: एक बार बायाँ भाग N−1 लिख लेने के बाद, दायाँ भाग ऐसे अंक बनाकर लिखा जा सकता है जिनका योग संबंधित अंकों के साथ मिलाकर 9 बनता हो।

अंतिम गुणनफल बाएँ भाग और उसके बाद दाएँ भाग को साथ लिखकर प्राप्त किया जाता है।

उदाहरण 1: 15×99

यहाँ, गुणेय संख्या N=15, गुणक =99

1. बायाँ भाग: 15−1=14
2. दायाँ भाग: 85 (क्योंकि 1+8 = 9 और 4+5 = 9)

उत्तर : 15×99=1485

उदाहरण 2: 587×999

यहाँ,

N=587, गुणक = 999 (3 अंकों का)

1. बायाँ भाग: 587−1=586
2. दायाँ भाग: 413 (क्योंकि 5+4 = 9, 8+1 = 9, 6+3 = 9)

उत्तर: 587×999=586413

Scanned with OKEN Scanner

उदाहरण 3: 123×9999

यहाँ, N=0123, गुणक = 9999 (4 अंकों का)

1. बायाँ भाग: 0123−1=0122
2. दायाँ भाग: 9877 (Since 0+9 = 9, 1+8 = 9, 2+7 = 9, 2+7 = 9)

   उत्तर: 123×9999=1229877

उदाहरण 4: 1406×999999

यहाँ, N=001406, गुणक = 999999 (6 अंकों का)

1. बायाँ भाग: 001406−1=001405
2. दायाँ भाग: 998594 (Since 0+9 = 9, 0+9 = 9, 1+8 = 9, 4+5 = 9, 0+9 = 9, 6+3 = 9)

   उत्तर: 1406×999999=1405998594

उदाहरण 5: 6719001×9999999

यहाँ, N=6719001, गुणक = 9999999 (7 अंकों का)

1. बायाँ भाग: 6719001−1=6719000
2. दायाँ भाग: 3280999

   (Since 6+3 = 9, 7+2 = 9, 1+8 = 9, 9+0 = 9, 0+9 = 9, 0+9 = 9, 1+8 = 9)

उत्तर:

6719001×9999999= 67190003280999

अभ्यास प्रश्न

नीचे दी गई संख्याओं को ऊपर बताई गई विधि द्वारा गुणा करें:

1. 47×99
2. 206×999
3. 1503×9999
4. 89×99
5. 712×999
6. 5301×9999
7. 84×99
8. 999×999
9. 67005×99999
10. 891002×999999

सुझाव

प्रत्येक प्रश्न के लिए:

1. गुणय में से 1 घटाकर बायाँ भाग निकालें।
2. फिर, गुणक में से बायाँ भाग घटाकर दायाँ भाग निकालें या इस तरह अंक चुनें कि प्रत्येक संबंधित अंकों का योग 9 हो।

अध्याय 12

वेदिक पद्धति से घटाना

वेदिक गणित एक प्राचीन गणना प्रणाली है जो वेदों से आती है—भारत की प्राचीन और पवित्र पुस्तकें। वेदिक गणित में एक सबसे दिलचस्प और उपयोगी तरीका है घटाने का, जिसे 'पूरक का उपयोग' कहा जाता है। लंबी और कठिन उधारी करने के बजाय, हम इस पद्धति का उपयोग करके संख्याओं को जल्दी घटा सकते हैं, जिसे कहा जाता है:

"निखिलं नवतश्चरमं दशत: ।"

(नौ से सब कुछ और दस से आखिरी।)

यह नियम हमें संख्याओं को एक बहुत आसान तरीके से घटाने में मदद करता है, जिससे घटाना जोड़ने में बदल जाता है। यह बहुत उपयोगी है, विशेष रूप से बड़ी संख्याओं के लिए और मानसिक गणना करने के लिए।

कैसे काम करता है

मान लीजिए हमें दो संख्याओं को घटाना है:

- A सबसे बड़ी संख्या (घटाने वाला संख्या) और
- B सबसे छोटी संख्या (घटाई जाने वाली संख्या)।

हम निम्नलिखित कदमों का पालन करते हैं:

1. **आधार चुनें:** 10, 100, 1000 आदि में से कोई आधार चुनें—ऐसा आधार चुनें जो B से बड़ा हो और 10 की सबसे छोटी शक्ति हो।
2. **B का पूरक निकालें:**
   - प्रत्येक अंक को 9 से घटाएं, सिवाय अंतिम अंक के।
   - अंतिम अंक को 10 से घटाएं।
3. पूरक को A में जोड़ें।
4. परिणाम में से आधार घटाएं।

   यह हमें अंतिम उत्तर देता है।

उदाहरण 1: 8325 में से 4678 घटाएं

हमें निकालना है: 8325 − 4678

चरण 1: आधार

Scanned with OKEN Scanner

चूंकि 4678, 4 अंकों की संख्या है, हम आधार 10000 चुनते हैं।

चरण 2:

4678 का पूरक निकालें

नियम "नौ से सब कुछ और दस से आखिरी" का उपयोग करते हुए:

9 − 4 = 5

9 − 6 = 3

9 − 7 = 2

10 − 8 = 2

तो पूरक है: 5322

चरण 3: पूरक को 8325 में जोड़ें

8325 + 5322 = 13647

चरण 4: आधार घटाएं

13647 − 10000 = 3647

इसलिए,

8325 − 4678 = 3647

उदाहरण 2: 7250 में से 3891 घटाएं

अब हम घटाते हैं:

7250 − 3891

चरण 1: आधार

आधार 10000 चुनें।

चरण 2: 3891 का पूरक निकालें

9 − 3 = 6

9 − 8 = 1

9 − 9 = 0

10 − 1 = 9

पूरक = 6109

चरण 3: घटाने वाली संख्या में जोड़ें

7250 + 6109 = 13359

चरण 4: आधार घटाएं

13359 − 10000 = 3359

तो,

7250 − 3891 = 3359

निष्कर्ष

यह पद्धति त्वरित, आसान है और इसका उपयोग करना मजेदार है। यह छात्रों को बिना उधारी के भ्रमित हुए जल्दी घटाना करने में मदद करता है। अभ्यास से, इसे मानसिक गणना के रूप में भी किया जा सकता है।

अनुशंसित पठन सामग्री

1. Tirthaji, B. K. (1965). Vedic Mathematics. Delhi: Motilal Banarsidass Publishers. ISBN: 9788120801644
2. Glover, J. T. (2002). Vedic Mathematics for Schools (Books 1–3). New Delhi: Motilal Banarsidass Publishers.
   1. Book 1 ISBN: 9788120832693
   2. Book 2 ISBN: 9788120832709
   3. Book 3 ISBN: 9788120832716
3. Sastry, S. S. (2008). Vedic Mathematics: An Introduction. New Delhi: Rupa Publications. ISBN: 9788129114677
4. Arish, S., & Sharma, R. K. (2019). An efficient floating point multiplier design for high-speed applications using Karatsuba algorithm and Urdhva-Tiryagbhyam algorithm. arXiv preprint. https://doi.org/10.48550/arXiv.1910.00976
5. Dwivedi, S. P. (2013). An efficient multiplication algorithm using Nikhilam method. arXiv preprint. https://doi.org/10.48550/arXiv.1307.2735
6. Kak, S. (2009). Early record of divisibility and primality. arXiv preprint. https://doi.org/10.48550/arXiv.0904.1154
7. Raman, A., Kumar, A., & Sarin, R. K. (2010). High-speed reconfigurable FFT design by Vedic Mathematics. arXiv preprint. https://doi.org/10.48550/arXiv.1006.2811
8. Chaudhary, R. (2011). A digital multiplier architecture using Urdhva Tiryakbhyam Sutra of Vedic Mathematics. International Journal of Scientific & Engineering Research, 2(5). Retrieved from https://www.academia.edu/2349528
9. Kumar, S., & Joshith, V. K. (2014). Ancient Indian Vedic Mathematics based 32-bit multiplier design for high speed and low power processors. International

Scanned with OKEN Scanner